Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS INDUSTRIES CÉRAMIQUES • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Mathématiques - Groupement B des BTS

Session 2022 • Code sujet : **22MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2 pour toutes les spécialités indiquées sauf Traitement des matériaux : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Freinage d'un chariot de fête foraine (12 questions) **Page 3**

2. Contrôle de conformité et durée de vie de tubes fluorescents (9 questions) **Page 6**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 9**

Sujet officiel (PDF) : https://btsic.fr/assets/annales/bts-ic/E2 - Mathématiques/2022/BTS IC - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

1. Freinage d'un chariot de fête foraine

Un chariot de fête foraine roule à 20 m·s⁻¹ avant d'être ralenti par un système de freinage, et sa vitesse f(t) est étudiée à partir d'une équation différentielle. Les trois parties portent sur la résolution de cette équation, l'étude de la vitesse et de la distance parcourue, puis le développement limité et la tangente en zéro.

Partie A - Résolution d'une équation différentielle

Question 1.a. Résoudre l'équation différentielle homogène (E₀) : y' + 0,8y = 0.

La formule fournie donne, pour $y' + ay = 0$, les solutions $y(t) = ke^{-at}$, où k est une constante réelle. Ici, $a = 0,8$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Sur $[0; +[$, les solutions sont $y(t) = ke^{-0,8t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 1.b. La fonction g est définie sur [0 ; +∞[par g(t) = 5. Vérifier que g est une solution de l'équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.

1. Comme $g(t) = 5$, on a $g'(t) = 0$.
2. Alors $g'(t) + 0,8g(t) = 0 + 0,8 \times 5 = 4$, pour tout $t \geq 0$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La fonction constante $g(t) = 5$ vérifie bien $y' + 0,8y = 4$ sur son domaine.

Question 1.c. Déduire des questions précédentes l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.

Les solutions de l'équation complète sont la somme d'une solution particulière, ici 5, et des solutions de l'équation homogène, $ke^{-0,8t}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'ensemble des solutions est $y(t) = 5 + ke^{-0,8t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2. Déterminer la solution f de (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.

1. La solution générale s'écrit $f(t) = 5 + ke^{-0,8t}$.
2. La condition initiale donne $f(0) = 5 + k = 20$, donc $k = 15$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La solution vérifiant $f(0) = 20$ est $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$.

Partie B - Étude de la fonction f

Question 1.a. Pour f(t) = 15e$^{-0,8t}$ + 5, démontrer que la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞ est égale à 5.

Lorsque $t \to +\infty$, on a $-0,8t \to -\infty$, donc $e^{-0,8t} \to 0$. Ainsi, $15e^{-0,8t} \to 0$ et $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5 \to 5$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La limite de $f(t)$ quand $t \to +\infty$ est 5.

Question 1.b. Déduire de la limite précédente que la courbe C admet une asymptote et en donner une équation.

La limite de $f(t)$ en $+\infty$ est finie et vaut 5. La courbe C admet donc une asymptote horizontale d'équation $y = 5$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'asymptote horizontale à la courbe C, en $+\infty$, a pour équation $y = 5$.

Question 2. Sachant que f'(t) = −12e$^{-0,8t}$, dresser le tableau de variation de f sur [0 ; +∞[.

Comme $e^{-0,8t} > 0$, on a $f'(t) = -12e^{-0,8t} < 0$ pour tout $t \geq 0$. La fonction est donc strictement décroissante de $f(0) = 20$ vers sa limite 5.

t	0		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	
$f(t)$	20	↘	5

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Sur $[0;+[$, f décroît strictement de 20 vers 5.

Question 3. À partir de l'étude de f, déterminer si le système de freinage permet au chariot de s'arrêter.

Pour tout $t \geq 0$, l'exponentielle est strictement positive.

- Donc $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5 > 5$.
- La vitesse ne peut jamais atteindre 0.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non : le chariot ne s'arrête pas selon ce modèle, car sa vitesse reste supérieure à 5 m·s^{-1}.

Question 4.a. **La fonction F est définie sur [0 ; +∞[par F(t) = −18,75e$^{-0,8t}$ + 5t. Vérifier que F est une primitive de f sur cet intervalle.**

1. On dérive $F(t) = -18,75e^{-0,8t} + 5t$.
2. On obtient $F'(t) = 18,75 \times 0,8e^{-0,8t} + 5 = 15e^{-0,8t} + 5 = f(t)$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Puisque $F'(t) = f(t)$, F est bien une primitive de f sur $[0; +[$.

Question 4.b. **En utilisant la formule de distance fournie, calculer la valeur exacte de la distance parcourue entre $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$, puis donner une valeur arrondie au centimètre.**

La distance vaut $d = F(1) - F(0)$. Ainsi, $d = (-18,75e^{-0,8} + 5) - (-18,75) = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$ m, soit environ $15,33$ m au centimètre près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La distance exacte est $23,75 - 18,75e^{-0,8}$ m, soit $15,33$ m au centimètre près.

Partie C - Étude locale

Question 1. **Question à choix multiples : parmi les expressions proposées, recopier l'unique développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de zéro, avec le terme de reste approprié. Aucune justification n'est demandée.**

Le logiciel donne la partie régulière $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2$. À l'ordre 2, le reste doit s'écrire $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$. Il faut donc choisir la troisième expression proposée, où $4,8 = \frac{24}{5}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le bon choix est $20 - 12t + 4,8t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\lim_{t\to 0} \varepsilon(t) = 0$.

Question 2. **Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.**

1. La tangente en $t = 0$ a pour équation $y = f(0) + f'(0)t$.
2. Or $f(0) = 20$ et $f'(0) = -12$, donc $y = 20 - 12t$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'équation de la tangente T au point d'abscisse 0 est $y = 20 - 12t$.

2. Contrôle de conformité et durée de vie de tubes fluorescents

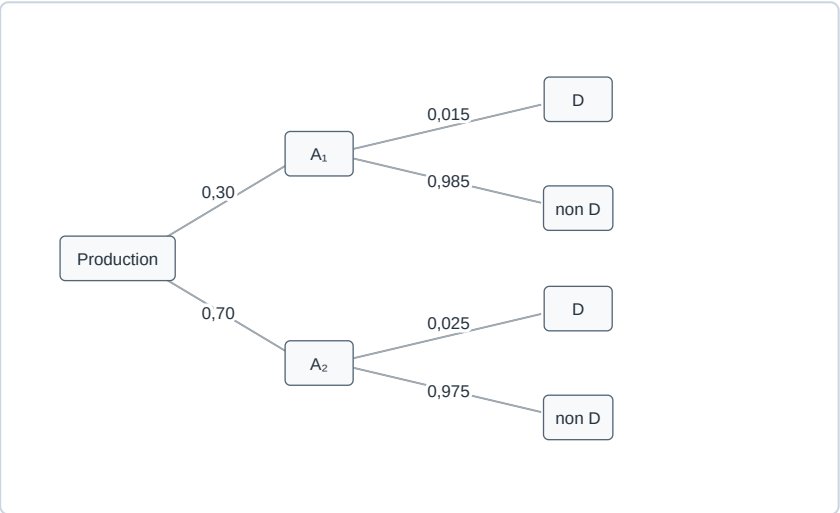
Une usine produit des tubes fluorescents dans deux ateliers, avec des proportions de production et des taux de défaut différents; les questions étudient les probabilités conditionnelles liées à leur provenance. L'exercice traite aussi de la durée de fonctionnement des tubes par une loi exponentielle et de l'estimation de la proportion de rivets conformes à partir d'un échantillon.

Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. Réaliser un arbre pondéré décrivant la situation des deux ateliers et des tubes présentant ou non un défaut.

On sépare d'abord les ateliers, puis les tubes avec défaut et sans défaut. Les probabilités au deuxième embranchement sont conditionnelles à l'atelier d'origine ; les probabilités complémentaires sont 0,985 et 0,975.

Arbre pondéré des ateliers et des défauts



Les probabilités des deux branches issues de chaque atelier totalisent 1.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Branches : A_1 (0,30), A_2 (0,70) ; A_1 vers D (0,015) et non D (0,985) ; A_2 vers D (0,025) et non D (0,975).

Question 2. Calculer la probabilité $P(A_1 \cap D)$ qu'un tube choisi au hasard provienne de l'atelier 1 et présente un défaut.

La probabilité de suivre le chemin « atelier 1 puis défaut » est le produit de la proportion produite par cet atelier et de son taux de défaut conditionnel : $P(A_1 \cap D) = P(A_1)P(D \mid A_1) = 0,30 \times 0,015 = 0,0045$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(A_1 \cap D) = 0,0045$, soit 0,45 %.

Question 3. **Montrer que la probabilité qu'un tube choisi au hasard présente un défaut vérifie P(D) = 0,0195, valeur indiquée dans l'énoncé.**

Les deux ateliers couvrent toute la production. On additionne donc les probabilités des deux chemins qui aboutissent à un défaut : $P(D) = 0,30 \times 0,015 + 0,70 \times 0,025 = 0,022$. La valeur 0,0195 est incompatible avec les taux et proportions de l'énoncé ; la correction manuscrite sur la page indique bien 0,0220.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(D) = 0,0220$, soit 2,20 %.

Question 4. **Sachant que le tube choisi ne présente pas de défaut, déterminer la probabilité qu'il provienne de l'atelier 2.**

Par définition d'une probabilité conditionnelle, $P(A_2 \mid \overline{D}) = \frac{P(A_2 \cap \overline{D})}{P(\overline{D})}$. Le numérateur vaut $0,70 \times 0,975$, et le dénominateur vaut $1 - 0,022 = 0,978$. Ainsi, $P(A_2 \mid \overline{D}) = \frac{0,70 \times 0,975}{0,978} \approx 0,698$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité est environ $0,698$, soit 69,8 %.

Partie B - Durée de vie des tubes fluorescents

Question 1. **La durée de bon fonctionnement T suit une loi exponentielle de paramètre λ = 0,0001. Déterminer son espérance E(T) et interpréter le résultat dans le contexte.**

Pour une loi exponentielle de paramètre λ, l'espérance vaut $E(T) = \frac{1}{\lambda}$. Ici, le sujet donne $\lambda = 0,001$, donc $E(T) = \frac{1}{0,001} = 1\,000$ heures. Cela correspond à la durée moyenne de bon fonctionnement pour un grand nombre de tubes.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(T) = 1\,000$ heures.

Question 2. **Calculer, en arrondissant au centième, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé soit inférieure à 8 000 heures.**

La formule du sujet donne $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Comme la loi est continue, $P(T < 8\,000) = P(T \leq 8\,000)$. Avec $\lambda = 0,001$, on obtient $1 - e^{-0,001 \times 8\,000} = 1 - e^{-8} \approx 0,9997$, soit 1,00 au centième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T < 8\,000) \approx 1,00$.

Question 3. **Calculer, en arrondissant au centième, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé soit supérieure à 10 000 heures.**

La probabilité de dépasser une durée t pour une loi exponentielle vaut $P(T > t) = e^{-\lambda t}$. Pour $t = 10\,000$ heures et $\lambda = 0,001$, $P(T > 10\,000) = e^{-10} \approx 0,0000454$. Arrondie au centième, cette probabilité vaut 0,00.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T > 10\,000) \approx 0,00$ au centième.

Partie C - Intervalle de confiance

Question 1. **Sur un échantillon de 1 000 rivets, 975 sont conformes. Donner une estimation ponctuelle f de la proportion inconnue p de rivets conformes dans l'ensemble de la production.**

L'estimation ponctuelle de la proportion de rivets conformes est la fréquence observée dans l'échantillon : $f = \frac{975}{1\,000} = 0,975$. Elle estime la proportion inconnue de rivets conformes dans l'ensemble de la production.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f = 0,975$, soit 97,5 %.

Question 2. **À l'aide de la formule fournie, déterminer un intervalle de confiance centré sur f pour la proportion p au niveau de confiance de 95 %. Arrondir les bornes à 10^{-3} près.**

La formule fournie donne l'intervalle $f \pm 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$, avec $f = 0,975$ et $n = 1\,000$. La marge vaut environ 0,009677. Les bornes sont donc 0,965323 et 0,984677, arrondies au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Intervalle de confiance à 95 % : $[0,965\ ;\ 0,985]$.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS Groupement B, session 2022, code 22MATGRB1, dure deux heures; le coefficient est 2, ou 3 en Traitement des matériaux. Deux exercices sur 10 points étudient le freinage d'un chariot, la conformité de tubes fluorescents et la proportion de rivets conformes. Les compétences évaluées couvrent équations différentielles, analyse, intégration, probabilités et estimation statistique.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour $y' + ay = b$, on ajoute une solution particulière aux solutions de l'équation homogène.
- Si $f(t)$ tend vers L lorsque t tend vers $+\infty$, la courbe admet l'asymptote horizontale $y = L$.
- Pour T de loi exponentielle de paramètre λ, $E(T) = 1/\lambda$ et $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$.
- L'intervalle fourni à 95 % est $[f - 1{,}96\sqrt{(f(1-f)/n)} ; f + 1{,}96\sqrt{(f(1-f)/n)}]$.

Points de vigilance & attentes du jury

- Appliquer la condition initiale $f(0) = 20$ après avoir déterminé la forme générale des solutions.
- Distinguer vitesse qui tend vers une limite positive et vitesse nulle pour conclure sur l'arrêt du chariot.
- Identifier l'événement conditionnant avant d'utiliser une probabilité conditionnelle.
- Vérifier les données de la question 3 de l'exercice 2 : les taux imprimés et la valeur demandée paraissent incompatibles.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer la constante dans la solution de l'équation différentielle ?

Écrivez la solution générale comme la somme d'une solution particulière et de la solution de l'équation homogène. Remplacez ensuite t par 0 et $f(0)$ par 20; l'équation obtenue permet de déterminer la constante.

Q : Comment calculer la distance parcourue par le chariot entre deux instants ?

La distance est l'intégrale de la vitesse sur l'intervalle considéré. Avec la primitive F fournie, calculez $F(t_1) - F(t_0)$, puis donnez le résultat en mètres et appliquez l'arrondi au centimètre demandé.

Q : Comment répartir le temps pendant cette épreuve de deux heures ?

Les deux exercices valent chacun 10 points et leurs parties peuvent être traitées indépendamment. Repérez d'abord les questions accessibles, répartissez le temps selon le barème, puis gardez quelques minutes pour contrôler calculs, unités et arrondis.

Q : Quelle formule faut-il appliquer pour l'intervalle de confiance des rivets ?

Utilisez $f = 975/1\,000$ et $n = 1\,000$ dans la formule donnée : $f \pm 1{,}96\sqrt{(f(1-f)/n)}$. Calculez les deux bornes, puis arrondissez chacune à 10^{-3} près.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsic.fr/assets/annales/bts-ic/E2 - Mathématiques/2022/BTS IC - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

Ressources BTS Industries Céramiques : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.